evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ANALYTICKÁ GEOMETRIE LINEÁRNÍCH ÚTVARŮ V ROVINĚ

Mgr. Zora Hauptová

SKALÁRNÍ SOUČIN VEKTORŮ
ÚHEL VEKTORŮ

VY_32_INOVACE_MA_3_09

OPVK 1.5 – EU peníze středním školám
CZ.1.07/1.500/34.0116 Modernizace výuky na učilišti

Název školy	Střední odborné učiliště Svitavy Nádražní 1083, Svitavy
Název šablony	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Předmět	Matematika
Tematický celek	Analytická geometrie lineárních útvarů v rovině
Téma	Skalární součin vektorů, úhel vektorů
Klíčová slova	Skalární součin vektorů, úhel vektorů, kolmý vektor
Druh učebního materiálu	Prezentace (Microsoft PowerPoint)
Metodický pokyn	Prezentace je určena pro žáky SOU 4. ročníku maturitního oboru mechanik seřizovač a mechanik seřizovač – mechatronik
Datum vytvoření	22. 9. 2013

Skalární součin vektorů
Úhel vektorů

Skalární součin dvou vektorů

- Skalární součin dvou vektorů $\boldsymbol{u} = (u_1;\ u_2)$, $\boldsymbol{v} = (v_1;\ v_2)$ v rovině je číslo
$$u_1 v_1 + u_2 v_2$$
- Skalární součin vektorů $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ označujeme $\boldsymbol{u} \,.\, \boldsymbol{v}$ nebo jen $\boldsymbol{uv}$.

- Skalární součin dvou nenulových vektorů se na rozdíl od součinu dvou nenulových čísel může rovnat nule.

- Př. Vypočítejte skalární součin vektorů

  $\boldsymbol{u} = (2; 6)$, $\boldsymbol{v} = (-3; 1)$

  $\boldsymbol{uv} = 2 \,.\, (-3) + 6 \,.\, 1 = 0$

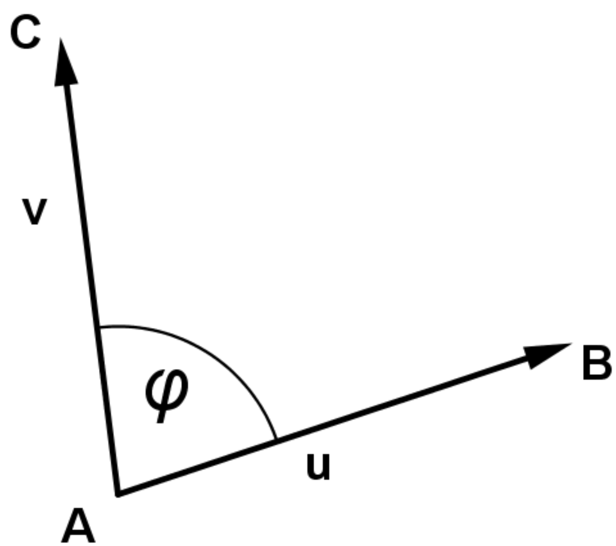
Úhel dvou vektorů

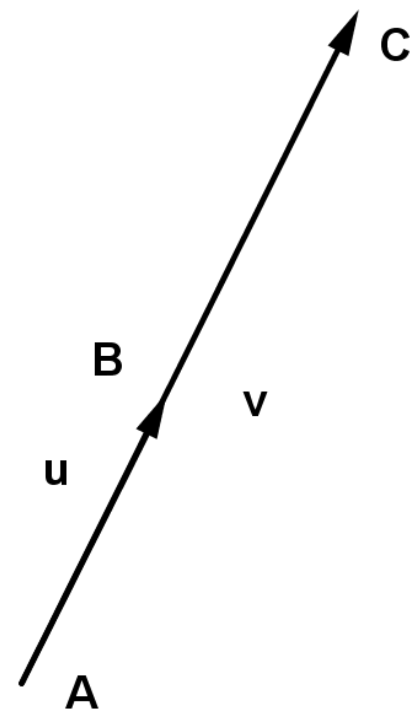
- Jsou-li dány dva nenulové vektory, pak je vždy můžeme umístit tak, aby měly společný počáteční bod.

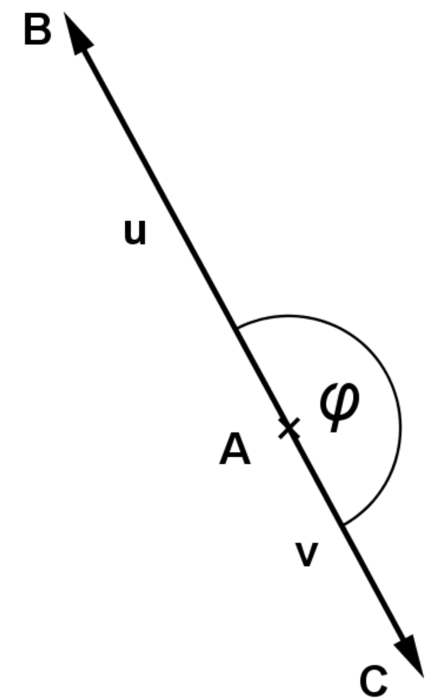
- Mají-li dva nenulové vektory ***u***, ***v*** umístění ***OU***, ***OV***, nazývá se velikost konvexního úhlu *UOV* ***úhel vektorů u***, ***v***.

- Úhel dvou vektorů, z nichž aspoň jeden je nulový, nezavádíme.

- Možné polohy vektorů ***u***, ***v*** a jejich úhel φ:







- $0 < \varphi < \pi$ $\qquad$ $\varphi = 0$ $\qquad$ $\varphi = \pi$

- Jsou-li $\boldsymbol{u} = (u_1;\ u_2)$, $\boldsymbol{v} = (v_1;\ v_2)$ dva nenulové vektory, pak jejich úhel φ $(0 \leq \varphi \leq \pi)$ se vypočítá podle vzorce

$$\cos\varphi = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2}{|\boldsymbol{u}|.|\boldsymbol{v}|}$$

- Skalární součin $\boldsymbol{uv} = 0$ právě tehdy, je-li buď alespoň jeden z vektorů $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ nulový vektor, nebo jsou oba vektory nenulové a navzájem kolmé.

- Skalární součin dvou nenulových vektorů $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ lze určit ze vzorce

$$\boldsymbol{uv} = |\boldsymbol{u}| \,.\, |\boldsymbol{v}| \,.\, \cos\varphi$$

- Jsou-li vektory $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ kolmé, pak

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \;\Rightarrow\; \cos\varphi = 0 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{uv} = 0$$

- K vektoru $\boldsymbol{u} = (u_1;\ u_2)$ v rovině snadno najdeme kolmý vektor.

- Kolmý vektor k vektoru $\boldsymbol{u}$ je vektor $\boldsymbol{u'} = (-u_2;\ u_1)$ nebo $\boldsymbol{u''} = (u_2; -u_1)$.

- Ověříme výpočtem skalárního součinu

  $$\boldsymbol{uu'} = u_1.(-u_2) + u_2.u_1 = 0$$

Zdroje

- Kolouchová, Jana; Řepová, Jana; Šobr, Václav. Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 5. část. Dotisk 1. vydání. Praha: SPN, 1987, ISBN 14-402-87.
- Mikulčák, Jiří; Charvát, Jura. Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus, 2007, ISBN 978-80-7196-264-9.
- Hudcová, Milada; Kubičíková, Libuše. Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium. Dotisk 2. vydání. Praha: Prometheus, 2006, ISBN 80-7196-318-6.
- Matematický software GeoGebra, 4.2.310.