



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_417
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Rovnice, nerovnice a jejich soustavy
Autor, spoluautor:	Mgr. Jiří Domin
Název DUMu:	Rozklad kvadratického trojčlenu
Pořadové číslo DUMu:	17
Stručná anotace:	Prezentace obsahuje základní typy kvadratických trojčlenů
Ročník:	1.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření vyloženého učiva
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně rozloží základní kvadratické trojčleny.
Vytvořeno dne:	26.4.2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

Rozklad kvadratického trojčlenu

Předpoklad:

Znalost vzorců:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Výraz typu: $ax^2 + bx + c$ (a, b, c jsou nenulová čísla)
KVADRATICKÝ TROJČLEN

Rozklad pomocí kořenů kvadratické rovnice

Např.:

$$2x^2 + 5x - 12$$

trojčlen položíme roven 0

$$2x^2 + 5x - 12 = 0 \quad D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12) = 121 > 0$$

$$x_1 = \frac{-5 + 11}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 11}{4} = -4$$

$$\text{Pak platí } 2x^2 + 5x - 12 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x + 4)$$

Což můžeme ještě upravit:

$$2x^2 - 5x - 12 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x + 4) = (2x - 3)(x + 4)$$

Má-li kvadratická rovnice $ax^2 + bx + c = 0$

a) *2 kořeny různé x_1, x_2* \Rightarrow

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

a) *dvojnásobný kořen x_1* \Rightarrow

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

a) *žádný kořen* \Rightarrow nelze trojčlen rozložit

Příklady:

1) Rozložte na součin:

$$x^2 - 5x + 6$$

Výraz položíme roven 0 a vyřešíme jako rovnici:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1 \Rightarrow \sqrt{D} = 1$$

$$x_{1;2} = \frac{-(-5) \pm 1}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

Výsledek:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3) \cdot (x - 2)$$

2) Upravte daný výraz a určete, kdy má smysl:

$$\frac{4x^2 + 10x - 6}{2x^2 + 7x + 3}$$

Rozložíme kvadratické trojčleny v čitateli a jmenovateli na součin

Čítec:

$$4x^2 + 10x - 6 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 100 + 96 = 196 \Rightarrow \sqrt{D} = 14$$

$$x_{1;2} = \frac{-10 \pm 14}{2 \cdot 4} = \frac{-10 \pm 14}{8}$$

$$x_1 = \frac{-10 + 14}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad x_2 = \frac{-10 - 14}{8} = \frac{-24}{8} = -3$$

Jmenovatel:

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25 \Rightarrow \sqrt{D} = 5$$

$$x_{1;2} = \frac{-7 \pm 5}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{-7 + 5}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-7 - 5}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

Nyní se vrátíme k rozkladu:

$$\begin{aligned}\frac{4x^2 + 10x - 6}{2x^2 + 7x + 3} &= \frac{4 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) [x - (-3)]}{2 \cdot \left[x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right] [x - (-3)]} = \frac{(4x - 2)(x + 3)}{(2x + 1)(x + 3)} \\ &= \frac{(4x - 2)}{(2x + 1)}\end{aligned}$$

Podmínky určíme z jmenovatele:

$$2x^2 + 7x + 3 = 2 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) (x + 3) \Rightarrow$$

$$x \neq -\frac{1}{2}; \quad x \neq -3$$

Příklady na procvičení:

Rozložte na součin

1) $x^2 - 5x + 6$

$(x - 2) \cdot (x - 3)$

2) $7x^2 + 19x - 6$

$7 \cdot \left(x - \frac{2}{7}\right) \cdot (x + 3)$

3) $x^2 - x - 2$

$(x - 2) \cdot (x + 1)$

4) Zjednodušte: $\frac{2-7x-4x^2}{x^2-4}$

$\left(\frac{1-4x}{x-2}\right); x \neq \pm 2$