



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Autor:**Mgr. Gabriela Procházková

**Datum:** listopad 2012

**Ročník:**sexta osmiletého gymnázia

**Vzdělávací oblast:**matematika

**Tematická oblast:** matematika a její aplikace

**Téma:**funkce

**Klíčová slova:** nepřímá úměrnost,  
hyperbola, posunutí, vlastnosti funkcí

**Anotace:** výukový program opakuje pojem nepřímá úměrnost. Zavádí pojem lineární lomené funkce.

**Zpracování tohoto DUM bylo financováno z projektu  
OPVK, Výzva 1.5.**

# LINEÁRNÍ LOMENÁ FUNKCE

# Lineární lomená funkce

## NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

**Nepřímá úměrnost** je každá funkce v  $\mathbb{R} - \{0\}$ ,  
která je dána předpisem:

$$y = k/x$$

$k$ ..... je reálné číslo různé od 0  
koeficient nepřímé úměrnosti

Grafem je **rovnoosá hyperbola**

# Lineární lomená funkce

## NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

VLASTNOSTI Funkce

$$y = \frac{k}{x} \quad k \neq 0$$

**$k > 0$**

**$k < 0$**

obor hodnot  $\mathbb{R} - \{0\}$

klesající v

$(-\infty, 0)$  a  $(0, \infty)$

rostoucí v

$(-\infty, 0)$  a  $(0, \infty)$

**Není** shora ani zdola **omezená**

**Nemá** v žádném bodě **minimum** ani **maximum**

**je LICHÁ**

# Lineární lomená funkce

**Lineární lomená funkce** je funkce, kterou lze zapsat ve tvaru

$$f(x) : y = \frac{ax + b}{cx + d}; a, b, c, d \in \mathbb{R}, c \neq 0$$

obr.1

# Lineární lomená funkce

Příklad:  $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

$$f: y = \frac{-3 + 2x}{x}$$



Využijme vědomosti o grafech nepřímé úměrnosti k sestrojení tohoto grafu.

# Lineární lomená funkce

$$y = \frac{-3 + 2x}{x} \quad \text{výraz na pravé straně upravíme}$$

$$\frac{-3 + 2x}{x} = \frac{-3}{x} + \frac{2x}{x} = \frac{-3}{x} + 2$$

pomocný graf  $f_1$

graf fce  $f_1: y = \frac{-3}{x}$

Graf  $f$  získáme posunutím grafu  $f_1$  o **2 jednotky** ve směru **kladné poloosy  $y$**

# Lineární lomená funkce- PŘÍKLADY

## SESTROJTE grafy funkce

$$f: y = \frac{x + 1}{x - 2}$$



$$D(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

1. upravte výraz na pravé straně



# Lineární lomená funkce- PŘÍKLADY

Úprava (dvě možnosti úprav):

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{(x-2)+3}{x-2} = \frac{(x-2)}{x-2} + \frac{3}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

nebo

$$\begin{array}{r} (x+1) : (x-2) = 1 \\ \underline{-x+2} \\ 3 \end{array}$$

# Lineární lomená funkce- PŘÍKLADY

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

Nyní sestrojíme postupně grafy:

$$f_1 : y = \frac{3}{x} \quad x \neq 0$$

$$f_2 : y = \frac{3}{x-2} \quad x \neq 2$$

Graf  $f_2$  získáme z  $f_1$  posunutím o **2 jednotky** ve směru **kladné poloosy x**

Graf  $f$  z grafu  $f_2$  posunutím o **1 jednotku** ve směru **kladné poloosy y**

# Lineární lomená funkce- PŘÍKLADY

Načrtněte grafy funkcí:

$$y = \frac{2x + 5}{3}$$

$$y = \frac{2x - 4}{x}$$

$$y = \frac{x + 1}{-1 - x}$$



**Popište dané funkce a jejich vlastnosti.**

# Lineární lomená funkce- PŘÍKLADY

Načrtněte grafy funkcí (dvojice):

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x} + 2$$

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$$y = \frac{x+1}{x-2}$$

$$y = \frac{2x}{x-2}$$

$$y = \frac{2x+3}{x-2}$$



**PRACUJTE VE DVOJICÍCH a GRAFY POROVNEJTE**

# Lineární lomená funkce-

Obr.1

[http://cs.wikipedia.org/wiki/Line%C3%A1rn%C3%AD\\_lomen%C3%A1\\_funkce](http://cs.wikipedia.org/wiki/Line%C3%A1rn%C3%AD_lomen%C3%A1_funkce)